

## MODELI KOMPLEKSNE ANALIZE TRAZNJE

VESNA KARADŽIĆ, Ekonomski fakultet u Podgorici

**Abstract:** U ovom radu analiziraju se kompletni sistemi jednačina tražnje, odnosno modeli kompleksne analize tražnje kao savremeni pristup u ocjenjivanju potrošačke tražnje. Kritički se razmatraju linearni sistem izdataka, Rotterdamski model, fleksibilne funkcionalne forme i ukazuje na otvorena pitanja i probleme u njihovoj primjeni.

**Ključne riječi:** tražnja, izdaci, korisnost, potrošač, elastičnost tražnje

**Abstract:** The purpose of this paper is to analyze the complete systems of demand equations i.e. models of complex demand analysis as a contemporary approach to estimation of demand equations. Linear Expenditure System, Rotterdam model, flexible functional forms have been analyzed in a critical manner. The paper also stresses open questions and problems in the application of these models.

**Key words:** demand, expenditures, utility, model, consumer, demand elasticity

JEL clasification: K00, N41;

Original scientific papers; Recived: April 21, 2006

### 1. Uvod

Modeli kompleksne analize tražnje predstavljaju novi pristup u ocjenjivanju jednačina tražnje. On se sastoji u ocjenjivanju cijelih sistema jednačina koje se odnose na sve tekuće izdatke potrošača. To omogućava da se primijene različita ograničenja koja teorija ponašanja potrošača postavlja u odnosu na parametre takvih sistema jednačina.

Prvi istraživači u ovoj oblasti primjenjivali su dva pristupa u ocjenjivanju sistema jednačina tražnje. Jedan pristup bio je da se specificira određena forma funkcije korisnosti i da se iz nje izvede funkcionalna forma jednačina tražnje. Taj metod je garantovao da će dobijene jednačine tražnje zadovoljavati sva opšta ograničenja koja postavlja teorija potrošačke tražnje i da će doći do odgovarajućeg smanjenja broja nezavisnih parametara za ocjenjivanje. Nedostaci ovog pristupa su, prvo, u tome što se on ne može koristiti za testiranje da li podaci zadovoljavaju teorijska ograničenja i, drugo, što se uvijek gubi određeni stepen opštosti bez obzira na to koji se oblik funkcije korisnosti primijeni.

Alternativni pristup je da se startuje sa skupom jednačina koje mogu, ali ne moraju da ispunjava-

ju teorijska ograničenja. Zatim se provjerava da li podaci zadovoljavaju teorijske restrikcije tako što se jednačine prvo ocijene sa, a zatim bez ograničenja. Ako su ograničenja ispunjena onda se mogu prihvatiti i kao uslovi u proceduri ocjenjivanja i koristiti za dobijanje preciznijih ocjena preostalih nezavisnih parametara. Nedostaci ovog pristupa su, prvo, u tome što, pošto se procedura ocjenjivanja počinje bez ograničenja nastaje problem ocjenjivanja svih  $n(n+1)$  parametara cijena i ukupnih izdataka. Limitiranost veličine uzorka neminovno uslovljava da  $n$  mora biti veoma malo, tj. metod se može koristiti samo za relativno mali broj grupa proizvoda. Drugo, iako naizgled ova procedura omogućava prevazilaženje potrebe da se specificira precizna forma funkcije korisnosti, prisutna je opasnost da se pri specificiranju određene forme jednačina tražnje unesu ograničenja za tip funkcije korisnosti koja odgovara specificiranim jednačinama tražnje.

U ovom radu se govori o dva sistema tražnje koji su veoma popularni sa stanovišta empirijskih istraživanja. To su linearni sistem izdataka (LSI), koji je prvi korišćeni sistem tražnje, i rotterdamski model, koji je najpoznatiji sistem tražnje. Zatim se ukazuje na otvorene probleme u ovoj oblasti.

## 2. Linearni sistem izdataka

Linearni sistem izdataka prvi je primijenio Richard Stone /9/ u analizi tražnje u Velikoj Britaniji. U osnovi sistema je funkcija korisnosti

$$U = \sum \beta_i \log (q_i - \gamma_i), \quad (1)$$

gdje su  $\beta_i$  i  $\gamma_i$  parametri, i gdje je  $q_i > \gamma_i$  jer je  $(q_i - \gamma_i) > 0$  da bi logaritam bio definisan. Ova funkcija korisnosti se može podijeliti sumom parametara  $\beta_i$ , a da se ne utiče na jednačine tražnje pošto se radi samo o monotonoj transformaciji relacije (1). To je ekvivalentno normalizaciji ovih parametara ili uvođenju ograničenja da je  $\sum \beta_i = 1$ . Isto tako, pošto je  $\partial U / \partial q_i = \beta_i / (q_i - \gamma_i) > 0$ , onda je  $\beta_i > 0$ , što zajedno sa uslovom normalizacije, uzrokuje da je  $0 < \beta_i < 1$  za svako  $i$ .

Maksimizacija funkcije korisnosti (1) pod budžetskim ograničenjem  $\sum p_i q_i = m$  daje jednačine tražnje sledećeg oblika

$$q_i = \gamma_i + \beta_i / p_i (m - \sum p_j \gamma_j) \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (2a)$$

Ovom sistemu jednačina tražnje odgovara sistem jednačina izdataka

$$p_i q_i = p_i \gamma_i + \beta_i (m - \sum p_j \gamma_j) \quad i=1, 2, \dots, n, \quad (2b)$$

koji je poznat pod imenom linearni sistem izdataka (Linear Expenditure System).

Linearni sistem izdataka polazi od određene hipoteze o ponašanju potrošača koja se može interpretirati na atraktivan način. Ukupni izdaci potrošača za proizvod  $i$  (odnosno grupu proizvoda),  $p_i q_i$ , dijele se na dva dijela. Prvi dio čine izdaci  $p_i \gamma_i$  za određenu fiksnu količinu  $i$ -tog proizvoda,  $\gamma_i$ , na koju se potrošač na određeni način navikao i koju nabavlja bez obzira na cijene koje vladaju na tržištu. To znači da parametar  $\gamma_i$  na neki način predstavlja neophodnu ili minimalnu količinu potrošnje, a dio ukupnih izdataka  $\sum p_i \gamma_i$  namijenjen za neophodne nabavke, predstavlja neophodne izdatke. Drugi, preostali dio izdataka,  $\beta_i (m - \sum p_j \gamma_j)$ , zavisi od viška dohotka,  $(m - \sum p_j \gamma_j)$ , i alokira se u proporcionalnim delovima na sve proizvode u zavisnosti od parametra  $\beta_i$ . Ovakva interpretacija implicira dodatno ograničenje da je  $\gamma_i$  veće od nule, za svako  $i$ .

Velika prednost LSI je njegova linearnost. Sistem jednačina (2a) izražava funkcije tražnje  $q_i$  kao linearne funkcije od (realnog) dohotka i relativnih cijena što je veoma podesno sa stanovišta ocjenjivanja. Linearnost po promjenljivim čini LSI veoma privlačnim naročito zbog jednostavnosti analize. Naime, parametri  $\beta_i$  i  $\gamma_i$  su konstantni što znači da se u modelu pretpostavlja da potrošač svake godine na isti način raspoređuje svoj višak dohotka (konstantnost parametara  $\beta_i$ ) i da ne mijenja svoj koncept minimalnih količina potrošnje (konstantnost parametara  $\gamma_i$ ). To je prilično nerealna pretpostavka, posebno na duži rok, pa se ovaj nedostatak može otkloniti ako se parametri  $\beta_i$  i  $\gamma_i$  izraze u funkciji vremena ili neke druge predeterminisane varijable (na primjer, potrošnje iz prethodnog perioda). Stone /10/ je upravo na taj način dalje razvio LSI i dao novu verziju modela. Metodološka poboljšanja odnosila su se na napuštanje pretpostavke o stalnosti funkcije korisnosti, a promjene u sistemu preferencija uvedene su preko parametara  $\beta_i$  i  $\gamma_i$  iskazanih kao linearne funkcije vremena.

LSI u potpunosti zadovoljava sve opšte uslove postavljene teorijom potrošačke tražnje: uslov homogenosti, aditivnosti, simetrije i uslov negativnosti. Philips /8/ je pokazao da jednačina (2a) predstavlja jedini oblik linearne jednačine tražnje koja zadovoljava sva teorijska ograničenja.

Dohodni elasticiteti u LSI su  $\eta_i = \beta_i / w_i$ , gdje je  $w_i$  udio izdataka u dohotku,  $w_i = p_i q_i / m$ . Pošto je  $\beta_i > 0$ , svi dohodni elasticiteti su pozitivni, što implicira da su svi proizvodi normalna dobra. Direktni cjenovni elasticiteti su  $\epsilon_{ii} = -1 + (1 - \beta_i)(\gamma_i / q_i)$  i oni su svi negativni, jer je  $0 < \beta_i < 1$  i  $(q_i - \gamma_i) > 0$ . Unakrsni cjenovni elasticiteti su  $\epsilon_{ij} = -\beta_i [p_j \gamma_j / p_i q_i]$ .

Jednostavnost LSI svakako je atraktivno svojstvo, ali LSI ima i nedostatke. Preferencije su aditivne kao što pokazuje jednačina (1), a to znači da se iz analize izostavljaju inferiorni proizvodi i da se svi proizvodi moraju posmatrati kao supstituti u Hicks-ovom smislu, odnosno da se ovaj sistem ne može primijeniti na odnose u tražnji koje karakteriše komplementarnost u potrošnji. Takođe je posledica aditivnosti da su unakrsni izvodi cijena proporcionalni izvodima

izdataka (dohotka). Parcijalnim diferenciranjem (2a) po  $p_j$  i  $m$  dobija se

$$\frac{\partial q_i}{\partial p_j} = -\beta_i \gamma_j / p_i \text{ i } \frac{\partial q_i}{\partial m} = \beta_i / p_i, \\ \text{odnosno } \frac{\partial q_{ii}}{\partial m} = \beta_i,$$

što znači da parametar  $\beta_i$  predstavlja marginalno učešće izdataka.

U ovom kontekstu opšti efekat supstitucije je

$$\frac{\partial q_i}{\partial p_j} = -\gamma_j \frac{\partial q_i}{\partial m}, \quad \text{za svako } i \neq j, \quad (3) \\ \text{ili alternativno,}$$

$$\frac{\frac{\partial q_i}{\partial p_j}}{\frac{\partial q_k}{\partial p_j}} = \frac{\frac{\partial q_i}{\partial m}}{\frac{\partial q_k}{\partial m}}, \quad \text{za svako } i, k \neq j. \quad (4)$$

Ovo ima važne empirijske implikacije za rad sa vremenskim serijama podataka za koje je tipično da su varijacije realnih ukupnih izdataka mnogo veće nego varijacije relativnih cijena. Zato su koeficijenti  $\beta_i$ , pa otuda i izvodi dohotka, dobro determinisani. Međutim, nedostatak varijacija relativnih cijena,  $p_i/p_i$ , znači da će koeficijenti  $\gamma_j$ , a otuda i izvodi cijena, biti neprecizniji. Zato se javlja opasnost da struktura tražnje ili relativna veličina reagovanja tražnje različitih proizvoda na bilo koju promjenu cijene, preko jednačine (4), bude determinisana jedino relativnom veličinom koeficijenta dohotka. Brown i Deaton /3/ kažu: "linearni sistem izdataka, kao i drugi aditivni modeli, postavlja strukturu ocijenjenih cjenovnih efekata u velikoj mjeri nezavisno od strukture efekata stvarnih cijena".

Linearni sistem izdataka, uprkos nedostacima, predstavljao je najpopularniji metod za ocjenjivanje uticaja dohotka i cijena na tražnju i za korišćenje dobijenih rezultata za prognoziranje i predviđanje. Njegova atraktivnost ne leži samo u činjenici da se radi o sistemu koji je linearan i koji zadovoljava sva teorijska ograničenja, već i o sistemu sa relativno malim brojem parametara za ocjenjivanje. Ukupno ima samo  $2n$  parametara u LSI sa  $n$  jednačina i pošto je  $\sum \beta_i = 1$ , broj nezavisnih parametara za ocjenjivanje je  $2n-1$ .

### 3. Roterdamski model

Roterdamski model predstavlja drugi pristup ocjenjivanju sistema jednačina tražnje. On je

rezultat pokušaja da se pronađe skup jednačina tražnje koje mogu, ali ne moraju, da zadovoljavaju sva opšta ograničenja koja nameće teorija o ponašanju potrošača. Ovaj model predstavlja i najpopularnije sredstvo za testiranje validnosti ovih ograničenja.

Roterdamski model, u dvije verzije, prvi su razvili roterdamski ekonometričari H. Theil /11/ i A. P. Barten /1/, pa otuda i potiče naziv modela. Theil je formulisao roterdamski model sa apsolutnim cijenama, a Barten verziju roterdamskog modela sa relativnim cijenama.

#### 3.1 Roterdamski model sa apsolutnim cijenama

Theil je nastojao da razvije sistem tražnje za koji će teorijska ograničenja važiti na svim nivoima cijena i dohotka. Pošto teorija potrošačke tražnje, u osnovi, rešava problem alokacije dohotka (izdataka) na različite proizvode, u analizi je moguće umjesto količine tražnje  $q_i$  koristiti varijablu budžetsko učešće,

$$w_i = \frac{p_i q_i}{m}, \text{ koja označava dio dohotka koji se}$$

alocira na proizvod  $i$ . Budžetsko učešće zavisi od cijena i dohotka i direktno i indirektno, jer potrošač prilagođava svoju tražnju promjenama u cijenama i dohotku,

$$dw_i = \left(\frac{p_i}{m}\right) dq_i + \left(\frac{q_i}{m}\right) dp_i - \left(\frac{p_i q_i}{m^2}\right) dm = \\ = w_i \left(\frac{dq_i}{q_i}\right) + w_i \left(\frac{dp_i}{p_i}\right) - w_i \left(\frac{dm}{m}\right)$$

Promjena učešća izdataka u dohotku sastoji se od tri komponente: cjenovne, količinske i dohodne, i.e.

$$dw_i = w_i d \log p_i + w_i d \log q_i - w_i d \log m.$$

Za potrošača, dohodak i cijene su egzogene varijable na koje on ne može da utiče. On jedino bira, odlučuje o količini proizvoda koju će kupiti. Sa tog aspekta količinska komponenta  $w_i d \log q_i = (p_i/m) dq_i$  predstavlja endogenu komponentu promjene budžetskog učešća. Upravo zbog toga je ova komponenta izabrana za zavisno promjenljivu veličinu u roterdamskom modelu tražnje.

Izraz  $\sum w_i d \log q_i$ , koji je mjera promjene u realnom dohotku, reprezentuje uticaj promjena u izdacima (dohotku) na promjene u budžetskom učešću.

U opštem slučaju za  $n$  proizvoda sistem tražnje sastoji se od  $n$  jednačina

$$q_i = q_i(p_1, p_2, \dots, p_n, m) \\ i=1, 2, \dots, n.$$

Diferenciranjem se dobija sistem

$$dq_i = \sum_j \frac{dq_i}{dp_j} dp_j + \frac{\partial q_i}{\partial m} dm \quad i=1, 2, \dots, n.$$

Pošto je  $w_i d \log q_i = \left(\frac{p_i}{m}\right) dq_i$ , množenjem

diferencijalnog sistema sa  $\frac{p_i}{m}$  dobija se sistem

$$w_i d \log q_i = \sum_j \pi_{ij} d \log p_j + \mu \sum_i w_i d \log q_i \\ i=1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

koji je osnova Roterdamskog modela tražnje. Zavisna varijabla,  $w_i d \log q_i$ , predstavlja endogenu komponentu promjene učešća izdataka za  $i$ -ti proizvod u dohotku potrošača, odnosno endogene promjene u budžetskom učešću.

Koeficijent  $\mu_i = p_i \frac{\partial q_i}{\partial m} = \frac{\partial(p_i q_i)}{\partial m}$  predstavlja "marginalno budžetsko učešće" proizvoda  $i$ , ili marginalnu sklonost potrošnji tog proizvoda. Ovaj koeficijent pokazuje za koliko će porasti izdaci za  $i$ -ti proizvod kada dohodak poraste za jednu jedinicu. Marginalno budžetsko učešće može biti i negativno, kada sa porastom dohotka opada tražnja za posmatranim proizvodom ( $\partial q_i / \partial m < 0$ ) što je slučaj kada se radi o inferiornim dobrima.

$$\pi_{ij} = \frac{p_i p_j}{m} \left(\frac{\partial q_i}{\partial p_j}\right)_{u=c} = w_i \left(\frac{p_j}{q_i}\right) \left(\frac{\partial q_i}{\partial p_j}\right)_{u=c}$$

je "kompenzatorni" elasticitet  $i$ -tog proizvoda u odnosu na  $j$ -tu cijenu pomnoženu sa budžetskim učešćem  $i$ -tog proizvoda, odnosno totalni supstitucionni efekat promjene svih cijena na endogenu komponentu budžetskog učešća  $i$ -tog proizvoda.

Parametri  $\pi_{ij}$  i  $\mu_{ij}$  zavise od ukupnih izdataka i cijena, a ako se izraze u jedinicama budžetskog učešća predstavljaju elasticitete Engela i Slutsky-og, respektivno.

Roterdamski model predstavlja primjer diferencijalnog sistema tražnje - što znači da se on bavi promjenama, a ne nivoima tražnje. Kao što je napisano u jednačini (5) takav sistem tražnje je potpuno opšti u smislu da se može izvesti iz svake funkcije korisnosti. Međutim, ako treba da se ocijeni jednačina (5) onda

diferencijale treba aproksimirati pomoću prvih diferenci (tj.  $d \log q_i$  treba zamijeniti sa  $\log q_{it} - \log q_{it-1}$ ), a  $\mu_i$  i  $\pi_{ij}$  se smatraju konstantama ili parametrima. Ako se  $\mu_i$  i  $\pi_{ij}$  tretiraju na ovaj način, onda sistem ima veliku prednost da sva opšta teorijska ograničenja ostaju nepromijenjena za sve vrijednosti ukupnih izdataka i cijena  $i$ , prema tome, za svaku opservaciju u uzorku.

Theil /12/ je pokazao da Roterdamski model zadovoljava sva teorijska ograničenja i to u svim tačkama, tj. za sve cijene i dohotke, što ga čini pogodnim i moćnim sredstvom za testiranje teorije o ponašanju potrošača, odnosno teorije potrošačke tražnje.

Roterdamski model sadrži implicitnu pretpostavku da su zavisne i nezavisne varijable neprekidne. Da bi se model mogao praktično primijeniti, neophodno je izvršiti njegovu diskretizaciju i usvojiti pretpostavku da su  $\mu_i$  i  $\pi_{ij}$  u analiziranom periodu nezavisni od dohotka i cijena.

Nedostatak ovog modela je u tome što ocjenjivanje bez ograničenja uključuje veliki broj nezavisnih parametara za ocjenjivanje. To znači da problemi zbog veličine uzorka i broja stepeni slobode limitiraju broj grupa proizvoda koje se mogu obuhvatiti modelom. Tako roterdamski model sa apsolutnim cijenama sadrži  $n+n^2$  nepoznatih parametara ( $\mu_i$  i  $\pi_{ij}$ ). Uslovi aditivnosti (jedno ograničenje  $\sum \mu_i = 1$ ), homogenosti ( $n$  ograničenja tipa  $\sum \pi_{ij} = 0$ ) i simetrije ( $n(n-1)/2$  ograničenja tipa  $\pi_{ij} = \pi_{ji}$ ) značajno reduciraju broj nezavisnih parametara za ocjenjivanje, pa ukupan broj nezavisnih parametara za ocjenjivanje iznosi  $n+n^2-1-n-n(n-1)/2=(n+2)(n-1)/2$ .

Međutim, iako opšta teorijska ograničenja omogućavaju da se broj parametara, koje treba ocijeniti na osnovu empirijskih podataka, značajno redukuje, taj broj je, gledano uopšteno, relativno veliki u poređenju sa realno raspoloživim brojem opservacija o cijenama, dohotku i potrošnji. Uz to, broj parametara za ocjenjivanje se nesrazmjerno brzo uvećava sa porastom broja proizvoda, odnosno jednačina tražnje u modelu.

### 3.2 Roterdamski model sa relativnim cijenama

U jednačini (5) se koriste normalne, apsolutne cijene. Ukupni efekat promjene cijene

na tražnju, pri konstantnom realnom dohotku, može se napisati u sledećem obliku:

$$\frac{\partial q_i}{\partial p_j} = \lambda u^{ij} - \frac{\lambda}{\partial \lambda / \partial m} \frac{\partial q_i}{\partial m} \frac{\partial q_j}{\partial m}$$

$$i, j=1, 2, \dots, n.$$

Logaritamska promjena u realnom dohotku je

$$d \ln m^* = d \ln m - \sum_k w_k d \ln p_k.$$

Korišćenjem ovih rezultata Roterdamski model sa relativnim cijenama je

$$w_i d \ln q_i = \sum_j b_{ij} \left[ d \ln p_j - \sum_k \mu_k d \ln p_k \right] + \mu_i \left[ d \ln m - \sum_k w_k d \ln p_k \right], \quad (6)$$

gde je  $b_{ij} = \lambda p_i p_j u^{ij} / m$  predstavlja koeficijent relativne cijene  $p_j$ . Parametri  $\mu_i$  i  $b_{ij}$  zadovoljavaju sledeće uslove:

$$\begin{aligned} \sum \mu_i &= 1 && \text{uslov aditivnosti,} \\ \sum_j b_{ij} &= \phi \mu_i && \text{uslov homogenosti,} \\ b_{ij} &= b_{ji} && \text{uslov simetrije,} \\ &&& b_{ii} < 0 \\ &&& \text{uslov Slutsky-og.} \end{aligned}$$

$\phi$  označava parametar fleksibilnosti dohotka, odnosno recipročnu vrijednost Frisch-ove fleksibilnosti novca;  $\phi = \sum_i \sum_j b_{ij}$ . Parametar fleksibilnosti dohotka jednak je sumi koeficijenata cijena i zato mora biti negativan.

U praksi se jednačina (6) može reformulisati na dva načina. Prvo, pošto se podaci o izdacima potrošača odnose na konačne promjene, sistem jednačina tražnje se može izraziti u diskretnoj verziji. U tu svrhu se primjenjuje Taylor-ov red na jednačinu (6) i uzimanjem samo prva dva člana dobija se

$$w_{it}^* \Delta \ln q_{it} = \sum_j b_{ij} \left[ \Delta \ln p_{jt} - \sum_k \mu_k \Delta \ln p_{kt} \right] + \mu_i \left[ \Delta \ln m_t - \sum_k w_{kt}^* \Delta \ln p_{kt} \right] \quad (7)$$

i=1, 2, ..., n, (7)  
gde je

$$w_{it}^* = \frac{1}{2} (w_{it} + w_{it-1})$$

prosječno budžetsko učešće sukcesivnih perioda,  $\Delta$  je operator diference, a  $t$  označava tekući period.

Drugo, izraz  $\left[ \Delta \ln m_t - \sum_k w_{kt} \Delta \ln p_{kt} \right]$  može se zamijeniti izrazom  $\Delta \ln q_t = \sum_i w_{it}^* \Delta \ln q_{it}$ . Na

ovaj način se postiže da aproksimirane jednačine tražnje imaju svojstvo aditivnosti. Sada relacija (7) postaje

$$w_{it}^* \Delta \ln q_{it} = \sum_j b_{ij} \left[ \Delta \ln p_{jt} - \sum_k \mu_k \Delta \ln p_{kt} \right] + \mu_i \Delta \ln q_t \quad (8)$$

i=1, 2, ..., n.

Ako se uvede aditivnost, uslov homogenosti  $\sum_j b_{ij} = \phi \mu_i$  može se zamijeniti sa  $b_{ii} = \phi \mu_i$ ; a  $\sum_i \sum_j b_{ij} = \phi$  sa  $\sum_i b_{ii} = \phi$ . Jednačina tražnje (8) se pojednostavljuje

$$w_{it}^* \Delta \ln q_{it} = \phi \mu_i \left[ \Delta \ln p_{it} - \sum_k \mu_k \Delta \ln p_{kt} \right] + \mu_i \Delta \ln q_t$$

i sadrži samo n parametara, (n-1) budžetskih učešća i  $\phi$ . Uvođenjem aditivnosti stvara se mogućnost da se svi elasticiteti cijena i dohotka ocijene na osnovu n elasticiteta.

Dohodni elasticiteti u Roterdamskom modelu su  $\eta_i = \mu_i / w_i$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ . Oni su pozitivni jer je  $\mu_i > 0$ . Za  $\mu_i \leq w_i$ ,  $\eta_i \leq 1$ , a za  $\mu_i > w_i$ ,  $\eta_i > 1$ .

Diferenciranjem modela (6) u odnosu na  $p_i$  i  $p_j$  i primjenom standardnih izraza za elasticitet dobija se

$$\begin{aligned} e_{ii} &= (b_{ii} - b_{ii} \mu_i - \mu_i w_i) / w_i \\ e_{ij} &= (b_{ii} - w_j \mu_i) / w_i. \end{aligned}$$

Ako se koristi uslov  $b_{ii} = \phi \mu_i$ , ovi izrazi se mogu jednostavnije izraziti

$$\begin{aligned} e_{ii} &= \phi \eta_i - \eta_i w_i (1 + \phi \eta_i) \\ e_{ij} &= -\eta_i w_j (1 + \phi \eta_i). \end{aligned}$$

U zavisnosti od toga da li je  $|\eta_i w_j \phi \eta_j| < > |\eta_i w_j|$  vrijednost  $e_{ij} > < 0$ .

Sve studije u kojima je korišćen roterdamski model pokazale su da podaci odbacuju ograničenje homogenosti, a često i ostala. Na prvi pogled može se činiti da podaci odbacuju cijelu osnovu teorije o ponašanju potrošača. Međutim, moguće je da je ne-homogenost rezultat tipa modela koji se koristi za testiranje ograničenja, a ne svojstvo podataka koji se analiziraju. Ako se ocjenjuje cijeli sistem jednačina preduslov je da se neke količine parametrizuju, tj. tretiraju kao konstante koje su nezavisne od cijena i ukupnih izdataka. U log-linearim sistemima svi elasticiteti su parametrizovani, u LSI neophodne količine i granične sklonosti potrošnji se tretiraju kao konstante, dok su u roterdamskim sistemima parametri  $\pi_{ij}$  i  $\mu_i$ . Međutim, svaka parametrizacija neminovno postavlja restrikcije na funkcionalne forme koje se koriste za jednačine tražnje, a ta ograničenja mogu imati neočekivane implikacije. Zato je važno napraviti razliku između rezultata koji su posledica podataka koji se analiziraju i rezultata koji su inherentni korišćenom modelu.

"Proporcionalnost izdataka" roterdamskog modela ozbiljno ograničava njegovu upotrebljivost kao potpuno opšteg sistema jednačina tražnje. Ako model implicira sistem tražnje koji automatski zadovoljava sva teorijska ograničenja, onda se on teško može koristiti za testiranje ovih ograničenja.

Sistem je kreiran tako da aproksimira samo promjene prvog reda, pa izvodi drugog reda nijesu relevantni. Međutim, prvi članovi Taylor-ovog reda mogu dati samo blisku aproksimaciju kada su promjene u uključenim varijablama relativno male. To je loše, jer ako se žele dobiti precizne ocjene parametara u bilo kom modelu, neophodne su velike varijacije uključenih varijabla.

Zato se može zaključiti da je roterdamski model, u najboljem slučaju, samo aproksimacija (iako dobra) pravog sistema tražnje. Upravo zbog toga što je samo aproksimacija, njegova upotreba dovodi do odbacivanja uslova homogenosti.

#### 4. Fleksibilne funkcionalne forme

U nastojanju da se otklone nedostaci primjene dva opisana pristupa u ocjenjivanju sistema jednačina tražnje, pokušano je da se ova dva pristupa kombinuju, odnosno da se funkcije korisnosti (direktne ili indirektne) i funkcije troškova aproksimiraju pomoću takozvanih fleksibilnih funkcionalnih formi. Fleksibilne funkcionalne forme moraju, prvo, da sadrže dovoljno parametara koji se mogu smatrati adekvatnom aproksimacijom "prave" funkcije korisnosti ili funkcije troškova. Drugo, one moraju da generišu jednačine tražnje koje mogu, ali ne moraju, da zadovoljavaju opšta teorijska ograničenja. Prema tome, one mogu da se koriste za testiranje teorije, ali dobijene jednačine tražnje nemaju nikakvih neočekivanih implikacija za preferencije potrošača. Prvi značajni pokušaj da se ovaj pristup realizuje preduzeli su Christensen i drugi /5/. U jednoj od svoje dvije transformacije - direktnom translog modelu - oni su aproksimirali negativni logaritam direktne funkcije korisnosti funkcijom koja je kvadratna za logaritam potrošenih količina

$$-\log U = \alpha_0 + \sum_i \alpha_i \log q_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \beta_{ij} \log q_i \log q_j \quad (10)$$

Jednačina (10) sadrži dovoljno parametara da bi se mogla smatrati "lokalnom aproksimacijom drugog reda" za bilo koju arbitrarnu direktnu funkciju korisnosti. Da bi se shvatilo šta to znači treba razmotriti slučaj dva proizvoda gdje (10) postaje

$$-\log U = \alpha_0 + \alpha_1 \log q_1 + \alpha_2 \log q_2 + \frac{1}{2} \beta_{11} (\log q_1)^2 + \frac{1}{2} \beta_{22} (\log q_2)^2 + \frac{1}{2} (\beta_{12} + \beta_{21}) \log q_1 \log q_2$$

Prvi i drugi izvodi funkcije korisnosti u ovom slučaju su

$$\frac{\partial \log U}{\partial \log q_1} = -\alpha_1 - \beta_{11} \log q_1 - \beta_{12} \log q_2$$

$$\frac{\partial \log U}{\partial \log q_2} = -\alpha_2 - \beta_{22} \log q_2 - \beta_{21} \log q_1$$

$$\frac{\partial^2 \log U}{\partial (\log q_1)^2} = -\beta_{11} \frac{\partial^2 \log U}{\partial (\log q_2)^2} = -\beta_{22}$$

$$\frac{\partial^2 \log U}{\partial(\log q_1)\partial(\log q_2)} = \frac{\partial^2 \log U}{\partial(\log q_2)\partial(\log q_1)} = -\beta_{12},$$

gde se pretpostavlja da je  $\beta_{12} = \beta_{21}$ , što ne dovodi do gubitka opštosti. Ovde je dato pet jednačina za pet parametara  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_{11}, \beta_{22}$  i  $\beta_{12} = \beta_{21}$ . Zato se za svaku izabranu vrijednost za  $q_1$  i  $q_2$  mogu odabrati ovi parametri tako da prikazani prvi i drugi izvodi budu jednaki odgovarajućim izvodima neke arbitrarne funkcije korisnosti. Takođe, za bilo koju vrijednost  $q_1$  i  $q_2$  u okolini njihovih izabranih vrijednosti imaćemo dobru aproksimaciju drugog reda arbitrarne funkcije korisnosti. Pošto je ovo slučaj za bilo koju arbitrarne funkciju, onda to mora važiti i za stvarnu funkciju korisnosti, šta god da je ona.

Maksimizacija funkcije korisnosti (10) pod uslovom uobičajenog budžetskog ograničenja daje jednačine za budžetsko učešće svakog dobra sledeće forme

$$w_i = \frac{\alpha_i + \sum_j \beta_{ij} \log q_j}{\alpha_m + \sum_j \beta_{mj} \log q_j} \quad i=1, 2, 3, \dots, n, \quad (11)$$

$$\text{gdje je } \alpha_m = \sum_i \alpha_i \quad \text{i} \quad \beta_{mj} = \sum_i \beta_{ij}.$$

U svojoj drugoj specifikaciji - indirektnom translog modelu - Christensen, Jorgenson i Lau aproksimirali su logaritmom indirektnu funkciju korisnosti funkcijom koja je kvadratna za logaritme odnosa cijena prema ukupnim izdacima

$$\log U^* = \alpha_0' + \sum_i \alpha_i' \log\left(\frac{p_i}{m}\right) + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \beta_{ij} \log\left(\frac{p_i}{m}\right) \log\left(\frac{p_j}{m}\right) \quad (12)$$

Kao što (10) daje lokalnu aproksimaciju drugog reda za bilo koju direktnu funkciju korisnosti, tako i (12) sadrži dovoljno parametara da obezbijedi takvu aproksimaciju za svaku indirektnu funkciju korisnosti u okolini bilo kog datog skupa tačaka  $p_i/m$ .

Koristeći Roy-ov identitet iz relacije (12) se mogu dobiti sledeće jednačine za budžetska učešća

$$w_i = \frac{\alpha_i' + \sum_j \beta_{ij}' \log(p_j/m)}{\alpha_m' + \sum_j \beta_{mj}' \log(p_j/m)}, \quad (13)$$

$$\text{gde je } \alpha_m' = \sum_i \alpha_i' \quad \text{i} \quad \beta_{mj}' = \sum_i \beta_{ij}'.$$

Ove jednačine tražnje su homogene nultog stepena, a iz njih se mogu izračunati dohodni i cjenovni elasticiteti prema formulama:

$$\eta_i = 1 + \frac{-\sum_j \beta_{ij} / w_i + \sum_i \sum_j \beta_{ij}}{1 + \sum_i \sum_j \beta_{ij} \ln(p_j / m)},$$

$$\varepsilon_{ii} = \frac{-1 + \beta_{ii} / w_i - \sum_j \beta_{ji}}{1 + \sum_i \sum_j \beta_{ij} \ln(p_j / m)} i\varepsilon_{ij} =$$

$$\frac{\beta_{ij} / w_i - \sum_i \beta_{ij}}{1 + \sum_i \sum_j \beta_{ij} \ln(p_j / m)}$$

Broj parametara za ocjenjivanje u ovom sistemu je  $(n-1)(2n+1)$ .

Treba istaći da, ako se ocjenjuju bez ograničenja, sistemi jednačina (11) i (13) mogu, ali ne moraju, da zadovoljavaju ograničenja konzistentna sa maksimizacijom korisnosti. Na primjer, ako se jednačine (11) generišu maksimizacijom korisnosti, onda parametri  $\beta_{mj}$  koji se javljaju u svakoj jednačini moraju biti isti. Međutim, ako se jednačine (11) slobodno ocjenjuju, nema razloga da svi parametri  $\beta_{mj}$  budu isti, osim ukoliko jednačine nijesu rezultat maksimizacije korisnosti.

Autori ističu da pošto se (10) i (12) mogu smatrati aproksimacijom drugog reda za bilo koju direktnu ili indirektnu funkciju korisnosti, podaci se moraju prilagoditi sistemu tražnje (11) i (13) da bi se teorija potrošačke tražnje mogla smatrati validnom. Oni su koristili metode maksimalne vjerodostojnosti da bi ocijenili svoj sistem na godišnjim podacima od 1929. do 1972. godine za SAD. Dobra su grupisali u tri grupe - ne-trajna potrošna dobra, trajna potrošna dobra i ostale usluge. Christiansen, Jorgenson i Lau su zaključili da njihovi rezultati "omogućavaju nedvosmisleno odbacivanje teorije tražnje". Međutim, takav zaključak je preuranjen i može biti prihvaćen samo ako direktna funkcija korisnosti ima tačno oblik (10) ili ako indirektna

funkcija korisnosti ima oblik (12). Međutim, ova dva oblika funkcija, (10) i (12), su samo aproksimacije (dobre ili loše) pravih funkcija korisnosti, pa je odbacivanje teorije tražnje samo na temelju rezultata translog sistema konačno koliko i ono na osnovu rezultata roterdamskog i dvostruko logaritamskog modela. Ono što je više upečatljivo je da sva tri modela, pri čemu svaki koristi različite aproksimacije, daju potpuno isti rezultat - da ograničenja koja postavlja teorija ponašanja potrošača ne važe.

### 5. Skoro idealan sistem tražnje

Alternativa korišćenju fleksibilnih funkcionalnih formi za aproksimiranje direktne ili indirektno funkcije korisnosti je njeno korišćenje za aproksimiranje funkcije troškova. Dobar razlog da se pokuša aproksimirati funkcija troškova je u tome što se primjena ovog pristupa ne ograničava samo na konveksne preferencije. Deaton i Muellbauer /6/ u svom skoro idealnom sistemu tražnje -SIST (Almost Ideal Demand System - AIDS) primijenili su sledeću fleksibilnu funkcionalnu formu za funkciju troškova individualnog domaćinstva

$$m^h = \alpha_0 + \log k^h + \sum_i d_i \log p_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \gamma_{ij}^* \log p_i \log p_j + U^h \beta_0 \prod_j p_j^{\beta_j} \quad (14)$$

Jednačina (14) biće homogena prvog stepena u odnosu na cijene (kao što i mora biti da bi se smatrala funkcijom troškova) ako je  $\sum \alpha_i = 1$  i  $\sum_i \gamma_{ij}^* = \sum_j \gamma_{ij}^* = \sum_j \beta_j = 0$ . Dvije stvari su karakteristične za funkciju troškova (14). Prvo, ona sadrži dovoljno parametara da bi se njeni prvi i drugi izvodi mogli izjednačiti sa izvodima neke arbitrarne funkcije troškova. Drugo, ona pripada familiji PIGLOG funkcija troškova.

Jednačine za budžetsko učešće svakog proizvoda mogu se dobiti iz relacije (14) tako što se prvo koristi logaritamska verzija Shepard-ove leme,

$$w_i = \frac{\partial \log m}{\partial \log p_i},$$

a zatim se  $U^h$  zamijeni indirektnom funkcijom korisnosti. Indirektna funkcija korisnosti dobija se rearanžiranjem funkcije troškova (14) kada se  $U^h$  iskaže preko dohotka,  $m$ , i cijena,  $p_i$ .

Jednačine budžetskog učešća za domaćinstvo  $h$  su

$$w_i^h = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i \log \left( \frac{m^h}{k^h P} \right) \quad (15)$$

$i=1, 2, 3, \dots, n,$

gde  $P$  predstavlja indeks cijena koji je definisan kao

$$\log P = \alpha_0 + \sum_i \alpha_i \log p_i + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \gamma_{ij} \log p_i \log p_j, \quad (16)$$

a  $\gamma_{ij}$  je definisano kao

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} (\gamma_{ij}^* + \gamma_{ji}^*) = \gamma_{ji}. \quad (17)$$

Jednačine (15) predstavljaju SIST za koji Deaton i Muellbauer smatraju da ima brojne prednosti. Prvo, ne samo što se funkcija troškova može smatrati lokalnom aproksimacijom drugog reda za "pravu" funkciju troškova, već i jednačine budžetskog učešća (15) sadrže dovoljno parametara da bi se mogle smatrati lokalnom aproksimacijom prvog reda za bilo koji sistem tražnje. Iz (15) slijedi

$$\frac{\partial w_i^h}{\partial \log m^h} = \beta_i \quad i$$

$$\frac{\partial w_i^h}{\partial \log p_j} = \gamma_{ij} - \beta_i \alpha_j - \beta_i \sum_k \gamma_{jk} \log p_k.$$

Ako se parametri  $\alpha$  tretiraju jednostavno kao parametri presjeka, onda se parametri  $\beta$  i  $\gamma$  u bilo kojoj tački mogu odabrati tako da predstavljaju prve izvode za SIST koji su identični izvodima pravog modela, bilo da je on konzistentan sa teorijom o ponašanju potrošača ili ne. Tako se aproksimacijom funkcije troškova postiže ista opštost modela SIST kao i kod translog modela, dok se aproksimacijom sistema tražnje postiže da SIST bude opšti isto koliko i Roterdamski model.

Kao i kod Roterdamskog modela, opšta ograničenja teorije o ponašanju potrošača nepromjenljiva su za sve vrijednosti ukupnih izdataka (dohotka) i cijena i mogu se u potpunosti iskazati preko parametara jednačina budžetskog učešća (15). Zbog toga je SIST pogodno sredstvo za



testiranje ovih ograničenja. Ograničenje koje izražava uslov aditivnosti zahtijeva da je za svako  $j$

$$\sum_i \alpha_i = 1, \quad \sum_i \beta_i = 0, \quad \sum_i \gamma_{ij} = 0.$$

Uslov homogenosti zahtijeva da je  $\sum_j \gamma_{ij} = 0$  za svako  $i$ . Ova ograničenja proističu iz zahtjeva da funkcija troškova (14) bude homogena prvog reda u odnosu na cijene. Uslov simetrije je zadovoljen ako je  $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$ . To slijedi iz jednačine (17). Kao i u slučaju rotterdamskog modela, ne postoje garancije da će ova ograničenja biti zadovoljena ako se jednačine (15) slobodno ocjenjuju. Prema tome, ako raspoloživi podaci ne odbacuju ograničenja, onda je to dokaz u prilog teoriji o ponašanju potrošača.

Sledeća važna prednost modela SIST je u tome što, pošto funkcija troškova (2.41) pripada klasi PIGLOG, jednačine budžetskog učešća (2.44) mogu se perfektno agregirati i može se očekivati da dobijene agregatne jednačine ispune teorijska ograničenja. Agregatne jednačine bi trebalo da sadrže reprezentativne a ne prosječne izdatke; reprezentativni izdaci,  $m_0$ , dati su jednačinom (1.72). Međutim, kao što je već istaknuto, uvođenjem agregatnog indeksa  $k$ , reprezentativni izdaci se mogu povezati sa prosječnim izdacima,  $m$ . Agregatni indeks  $k$  će ostati konstantan u toku posmatranog perioda ako distribucije ukusa i ukupnih izdataka domaćinstava ostanu nepromijenjene. Otuda se agregatne jednačine budžetskog učešća mogu izraziti relacijom

$$\bar{w}_i = \alpha_0 + \sum_j \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i \log \left( \frac{\bar{m}}{kP} \right), \quad (18)$$

gdje je  $P$  opšti indeks cijena.

Deaton i Muellbauer su istakli da se za podatke porodičnih budžeta, gdje se cijene mogu tretirati kao konstantne, jednačine (15) reduciraju na

$$w_i^h = a_{0i} + a_{1i} \log \left( \frac{m^h}{k^h} \right),$$

gdje su  $a_{0i}$  i  $a_{1i}$  funkcije konstantnih cijena. Tako poput svih PIGLOG modela, ali za razliku od većine modela koji koriste vremenske serije, SIST implicira nelinearne Englove krive. Većina studija porodičnih budžeta podržava ideju nelinearnih Englovih krivih, a gornja funkcionalna forma je poznata po tome što se dobro prilagođava podacima porodičnih budžeta.

Veoma važna prednost modela SIST je u tome što se on lako ocjenjuje. Za dati indeks cijena  $P$ , jednačina (18) je linearna u odnosu na sve parametre. Pošto je za cijene karakteristična kolinearnost, dobra aproksimacija za  $P$  je data indeksom cijena kao što je  $\sum w_i \log p_i$ , koji se može izračunati prije nego se počne proces ocjenjivanja. Pod uslovom da se ne mora ojačati uslov simetrije, SIST se može ocjenjivati metodom najmanjih kvadrata koji se primjenjuje na pojedinačne jednačine. Jednostavnost jednačina (18) je u oštroj suprotnosti sa translog jednačinama za budžetska učešća (11) i (13). Ako se ne raspoložuje adekvatnom aproksimacijom za indeks cijena  $P$ , ili ako se želi unijeti uslov simetrije, onda je ocjenjivanje teže i neophodno je korišćenje metoda maksimalne vjerodostojnosti.

Deaton i Muellbauer su za ocjenjivanje svog modela koristili podatke za Veliku Britaniju za period 1954-74, za osam netrajnih dobara - hrana, odeća, stan, gorivo, piće i duvan, transportne i komunikacione usluge, ostala dobra i ostale usluge. Ako se indeks  $k$  u jednačini (18)

tretira kao konstanta, ova jednačina se može napisati kao

$$\bar{w}_i = (\alpha_i - \beta_i \log k) + \sum_j \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i \log \left( \frac{m}{p} \right) \quad (19)$$

Deaton i Muellbauer su utvrdili da za četiri od njihovih osam grupa dobara - hrana, ođeća, stan i transport - podaci odbacuju uslov homogenosti. Uslovi simetrije za sve jednačine su takođe odbačeni i, uz to, simetričnost se odbacuje bez obzira da li važi homogenost. Otuda izgleda da se ponovo stiglo do zaključka da su raspoloživi podaci nekonzistentni sa teorijom o ponašanju potrošača. Dakle, četiri modela - roterdamski, log-linearni, translog i SIST - koriste različite aproksimacije ali proizvode isti rezultat: jasno odbacivanje teorije o ponašanju potrošača.

## 6. Otvoreni problemi

Jasna konzistentnost sa kojom empirijske studije odbacuju uslove homogenosti i simetričnosti mogu se, na prvi pogled, učiniti impresivnim. Međutim, bilo bi brzopleto odbaciti cijelu osnovu teorije o ponašanju potrošača. U primijenjenim istraživanjima tražnje generalno je malo ili nimalo pažnje posvećivano cijelom skupu problema koji, potencijalno, mogu da dovedu u pitanje dobijene rezultate.

*Prvo*, u pristupu kompletnih sistema jednačina tražnje problemi identifikacije i simultanosti se gotovo potpuno ignorišu. To je vjerovatno zato što je ocjenjivanje kompleksno, naročito ako se unesu ograničenja za sve jednačine. Međutim, i ako se ne postavlja problem

identifikovanosti, pristranost usled simultanih zavisnosti se ne može ignorisati, osim ako se može pretpostaviti da se cijene utvrđuju egzogeno a da je ponuda beskonačno elastična. To je realna pretpostavka za mnoge industrijske proizvode, ali ne i za većinu prehrambenih proizvoda. Bronsard i Salvas-Bronsard /3/ su pokušali da testiraju pretpostavku o egzogenosti cijena. Upoređivanje modela sa endogenim i modela sa egzogenim cijenama pokazuje da pretpostavka o egzogenosti cijena "nije drama-tična pretpostavka". Rezultati za oba tipa modela su veoma slični.

*Drugo*, izbor ukupnih izdataka za egzogenu varijablu i nije najbolji izbor čak i kada se radi o individualnom domaćinstvu. Očigledno je da se cijeli dohodak ne troši na tekuće izdatke jer mnoga domaćinstva imaju visoku graničnu sklonost štednji. Moguće je primijeniti više-stepeni budžetski pristup u razmatranju problema intertemporalnog izbora sa kojim se suočava domaćinstvo. U tom slučaju opravdano je tražnju iskazati kao funkciju ukupnih tekućih izdataka. Međutim, sam ukupni dohodak može da ne bude egzogen. U mjeri u kojoj je domaćinstvo u stanju da kontroliše broj radnih sati, ono ima kontrolu i nad svojim dohotkom.

Neoklasična teorija ponude radne snage rešava ovaj problem tako što se u funkciju korisnosti domaćinstva, pored svih proizvoda koje ono troši, uključuje i razonoda, L (leisure)

$$U = U(q_1, q_2, q_3, \dots, q_n, L). \quad (20)$$

Ako domaćinstvo ima konstantnu stopu plata,  $w$ , i ukupno "raspoloživo vrijeme" za rad  $T$ , onda dohodak

domaćinstva postaje  $m + w(T - L)$  gdje je  $m$  dohodak domaćinstva koji ne potiče od plate. Budžetsko ograničenje za domaćinstvo je sada

$$\sum p_i q_i = m + w(T - L), \quad (21)$$

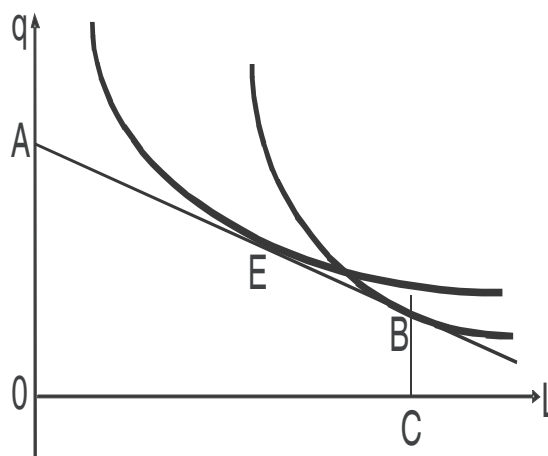
što se može pisati i ovako

$$\sum p_i q_i + wL = m + wT. \quad (22)$$

Sada je problem preformulisan i sličan je uobičajenom tipu problema izbora sa kojim se potrošač suočava, s tim što sada ima ulogu "cijene" za "proizvod" rasonoda. Maksimizacija funkcije korisnosti (20) pod uslovom (22) daje jednačine tražnje za sva dobra koje sadrže i varijablu  $L$ , rasonoda. Pošto je broj sati koje je domaćinstvo odlučilo da provede u radu dato sa  $(T-L)$ , jednačina tražnje "proizvoda" rasonoda je implicitna jednačina ponude rada. Međutim, u ovom slučaju egzogena varijabla je stopa plata, a ne dohodak ili ukupni izdaci domaćinstva. Isto tako, stopa plata se javlja u jednačini budžetskog ograničenja (22) ne samo kao cijena za rasonodu već i kao determinanta dohotka domaćinstva. Ovo ima posledice koje se ogledaju u komplikovanju analize efekata dohotka i substitucije.

Važan aspekt neoklasičnog modela ponude rada odnosi se na "odluku o participaciji" - to jest, odluku domaćinstva da li da zaista ponudi pozitivan broj radnih sati ili da ne radi uopšte. Pretpostavimo da domaćinstvo kupuje samo jedno dobro, pa njegovo budžetsko ograničenje postaje  $p q + wL = m + wT$ , gdje je  $p$  cijena, a  $q$  količina kupljenog dobra. Ovo budžetsko ograničenje je prikazano linijom ABC na

slici 1. Rastojanje  $OC$  jednako je  $T$ , ukupno vrijeme koje se može utrošiti za rad, tako da ako je  $L=OC$  onda domaćinstvo ne nudi nimalo vremena za rad i njegov ukupni realni dohodak je samo  $CB$  što je jednako  $m/p$ . Međutim, ako je  $L$  jednako nula onda je  $T$  u potpunosti posvećeno radu i realni dohodak je  $OA$  što je jednako  $(m/p) + (w/P)T$ .



Slika 1. Odluka o participaciji

Sada su moguća dva tipa ravnoteže. Prvo, ravnoteža može nastupiti u tački E gdje je budžetska linija tangenta za jednu od krivih indiferencije koje reprezentuju preferencije domaćinstva između potrošnje i rasonode. Drugo, ako krive indiferencije imaju strmiji nagib, može se dobiti "ugaono rešenje" u tački B gdje domaćinstvo uopšte ne nudi rad. Jasno je da se u ovom drugom slučaju ne može naći ravnoteža korišćenjem normalnih metoda diferencijalnog računa.

Dodatni problemi proističu iz neraskidive povezanosti ponude i tražnje. Na primjer, najveći broj radnika nema potpunu kontrolu nad brojem svojih radnih sati - većina se, u suštini, suočava sa izborom da radi određeni fiksni broj radnih sati u nedelji ili da ne radi uopšte. Pored toga, budžetsko ograničenje domaćinstva se može dodatno komplikovati ako se uzmu u obzir poreski i sistem osiguranja u kojima domaćinstvo deluje. Na primjer, pošto granična stopa poreza

teži da raste sa dohotkom, to unosi veoma kompleksne nelinearnosti u budžetsko ograničenje. A svaka nelinearnost mnogo komplikuje proces ocjenjivanja.

Ako se tražnja određenog proizvoda i ponuda rada tretiraju kao dio ukupnog problema maksimizacije onda to ima interesantne posledice za ocjenjivanje Engelovih krivih na osnovu podataka porodičnih budžeta. Obično se pretpostavlja da se cijene mogu tretirati kao konstantne. Međutim, jasno je da se takva pretpostavka ne može učiniti za stopu plata. Blundell /2/ koristi ovu činjenicu da bi

prevazišao problem kada se ocjenjuju skale izdataka potrošača, koji se ispoljava u tome što su parametri funkcija strukture domaćinstva generalno neidentifikovani. Problem nastaje dijelom zbog nedovoljnih varijacija cijena u podacima porodičnih budžeta. Blundell tretira tražnju dobara i ponudu rada koje su karakteristične za određeno domaćinstvo kao zajednički determinisane i to dovodi do uvođenja nekonstantnih cijena (stope plata) u inače konvencionalni sistem tražnje. Ovo pomaže da se identifikuju osnovni parametri strukture domaćinstva.

## COMPLETE SYSTEMS OF DEMAND EQUATIONS

### **Conclusion**

*Estimation of demand equations is the earliest example of application of statistical techniques on economic data. Marshall's analysis of market demand with use of supply and demand curves has asked for the empirical estimation of these curves' slopes. So far, the development of consumer demand empirical analysis has affirmed three types of demand analysis models: a single equation model, simultaneous equations model and complete systems of demand equations. A single equation model and simultaneous equations model, even though quite complex in regard to inclusion of basic economic determinants of demand, are seen as partial to some extent since the demand for certain product or group of products is analyzed isolated from the consumer demand for the other consumption products. Complete systems of demand equations introduce and apply system approach to demand analysis. These models stem from the fact that all products entering individual consumer consumption are connected through the system of needs into the whole system. Hence, in complete system of demand equations each product or group of products that consumer buys is represented by the demand equation. Since the demand for certain product is represented as an integral part of complete system model of demand for all consumer products and services the simultaneous estimates of parameters are more precise and accurate than estimates obtained from isolated single regression. System approach in demand analysis has been entirely developed after 1960. The most popular and most frequently used complete system models of demand are Linear Expenditure System, Rotterdam model, Translog system, Almost Ideal Demand System and flexible functional forms. Complete systems of demand equations, like Rotterdam model, Translog system and AIDS, are nothing else but the approximation to the real or true demand system. Lately the work on the estimation of complex demand models has been intensified. A special attention has been devoted to dynamic models and their integration with theory of labor supply.*

